

4. DÍL

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

MAGICKÉ ČTVERCE

MARIE SOUCHOVÁ



2021

Smíchovská průmyslovka třetího věku

4. díl

Magické čtverce

Marie Souchová



Tato brožura vznikla jako inspirační materiál pro volný čas studentů Smíchovské průmyslovky třetího věku. Pěkné čtení i zábavu vám přeje tým SSPŠ a jeho přátelé.

Tato brožura je součástí skupiny následujících brožur:

1. díl: Nanotechnologie pro začátečníky (Věra Krajčová) 
2. díl: Procházka Prahou fyzikální (Jan Mlynář) 
3. díl: Nebojme se robotů (Jaroslav Kořínek) 
- 4. díl: Magické čtverce (Marie Souchová)** 
5. díl: Jedová chýše (Ivan Lukačina) 
6. díl: Fyzikální inspiromat (Věra Krajčová) 
7. díl: Grafika a 3D tisk (Lukáš Vrba) 
8. díl: Procházka Sluneční soustavou (Jan Veselý) 
9. díl: Geometrická zobrazení kolem nás (Tamara Mainzerová) 
10. díl: Kybernetická bezpečnost (Martina Řejhová) 

Grafik a autor loga: Lukáš Chochlovský

Copyright © 2021 – Smíchovská průmyslovka třetího věku

Magické čtverce

Magické čtverce	5
Záhada středověkého čtverce.....	10
Nové čtverce	11
Čtverec Lu Šu	12
Magické číslo 45.....	12
Hledáme čísla do čtverce	13
Franklinův čtverec.....	14
Dürerův čtverec	16
Hledáme čísla do čtverce	16
Magický součet 111	18
Magický čtverec trošku jinak	19
Magický čtverec s proměnnými	20
Perlička na závěr	21
Nápověda, řešení	22
Řešení – záhada středověkého čtverce	22
Řešení – nové čtverce	22
Řešení – čtverec Lu Šu	23
Řešení – magické číslo 45	23
Řešení – hledáme čísla do čtverce.....	23
Řešení – Franklinův čtverec	24

Řešení – Dürerův čtverec.....	25
Řešení – hledáme čísla do čtverce.....	25
Řešení – magický součet 111.....	27
Řešení – magický čtverec trošku jinak.....	28
Řešení – magický čtverec s proměnnými.....	28
Řešení – perlička na závěr.....	31

Magické čtverce

S čísly si můžeme hrát mnoha různými způsoby a magické čtverce patří mezi ty nejstarší. Pro začátek si ukážeme jeden velmi jednoduchý, popravdě vůbec nejjednodušší magický čtverec.

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Čísla 1–9 jsou poskládána tak, že pokud sečteme tři čísla, která jsou v příince, výsledek je 15. Platí to, když sečteme kterýkoliv z řádků, libovolný sloupec nebo dokonce některou ze dvou úhlopříček.

Podívejme se na jeden větší magický čtverec:

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

Magické čtverce

Tento čtverec používá čísla 1 až 16 a magické číslo je 34.

34 můžeme dostat:

- Sečtením čtyř čísel, která jsou v přímce (vodorovně, svisle nebo v úhlopříčce)
- Sečtením čtyř rohů
- Sečtením čtyř čísel uprostřed
- Rozdělením čtverce na čtyři menší a sečtením čísel v nich! (Například levý dolní čtverec dá $3 + 16 + 10 + 5 = 34$)
- Škrtnutím rohů a prostředku. Zůstanou nám čtyři dvojice čísel. Sečteme dolní a horní dvojici ($11 + 14 + 5 + 4$) a obě dvojice po stranách ($13 + 3 + 12 + 6$). Kolik dostaneme?

Náš čtverec je úžasný ještě v jedné věci. Magickým číslem nemusí být nutně 34, můžeme si vybrat číslo, jaké chceme! Podíváme se ještě jednou na náš čtverec.

8	11	14	1
13	2	7	12
3	16	9	6
10	5	4	15

Ve čtyřech označených políčkách jsou klíčová čísla. Když budeme chtít čtverec s magickým číslem jiným než 34, stačí, když upravíme právě tato čtyři čísla! Dejme tomu, že se nám zalíbilo číslo 25. Protože 25 je o 9 menší než 34, od každého ze čtyř klíčových čísel devítku odečteme. Ostatním políčkům ponecháme původní hodnoty.

8	11	5	1
4	2	7	12
3	7	9	6
10	5	4	6

To je celé! Každý řádek a každá z uvedených kombinací políček dají dohromady 25!

Až budeme chtít někoho překvapit, můžeme mu vytvořit magický čtverec s jeho oblíbeným číslem. Pro kontrolu si můžeme zkusit vytvořit magický čtverec s magickým číslem rovným našemu věku.

Například pro věk 77 let to znamená $77 - 34 = 43$. Proto čtyři označená čísla v původním čtverci budou o 43 větší. Po přičtení 43 nám vyjdou čísla 57, 56, 59 a 58.

Zkuste to se svým věkem a potom si zkontrolujte, zda všechny součty platí.

8	11		1
	2	7	12
3		9	6
10	5	4	

Magické čtverce

Jeden velice zvláštní magický čtverec

96	11	89	68
88	69	91	16
61	86	18	99
19	98	66	81

Všechny obvyklé kombinace čtyř čísel dávají dohromady 264. ALE

Otočme čtverec a podívejme se, co se stane!

18	99	86	61
66	81	98	19
91	16	69	88
89	68	11	96

Pro ty nejzvědavější z vás máme ještě jeden větší magický čtverec, který obsahuje všechna čísla od 1 do 25. Každá přímka dává součet 65. Klidně si to ověřte!

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

Magické čtverce

Dál následuje několik podobných nebo téměř stejných příkladů, u kterých si můžete luštit, doplňovat, namáhat své mozkové závity. A kdybyste náhodou nevěděli, jak dál, vraťte se do textu pro nápad nebo nalistujte konec s nápovědou či výsledkem.

Tak hodně štěstí.

Záhada středověkého čtverce

Stopy magických čtverců vedou až do středověku. O jednom známém magickém čtverci víme to, že byl sestaven z devíti čísel a že jeho magická konstanta byla patnáct. Pokuste se záhadu rozluštit a čísla do čtverce doplňte.

Nové čtverce

Využijte uvedený magický čtverec a vytvořte z něj další, jiné magické čtverce.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Magické čtverce

Čtverec Lu Šu

Doplňte do čtverce chybějící čísla tak, aby byl magický.

8		6
	5	
		2

Magické číslo 45

Doplňte čísla do čtverce, když víte, že magické číslo ve všech směrech i po úhlopříčkách je 45.

12		24
27		

Hledáme čísla do čtverce

Doplňte chybějící čísla ve čtvercích tak, aby byly magické.

72		
	87	
132		102

11		
	8	12
		5

16	6	8
		18

	36	
	38	
	40	35

Franklinův čtverec

Pozorujte známý Franklinův čtverec a odhalte jeho číselné tajemství.

Nápověda je v nápise složeném z následujícího čtverce.

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

Z písmen v tomto čtverci sestavte nápis podle čísel v předchozím čtverci.

O	C	J	V	K	C	Y	D
E	E	K	P	O	T	H	H
L	I	N	T	V	E	Ř	E
E	Ý	G	Í	Ř	E	T	A
C	A	S	Č	D	N	C	T
U	O	M	H	S	H	A	R
H	Ý	T	V	C	I	Č	V
Š	S	.	C	Ý	E	V	E

Dürerův čtverec

Nalezli jsme čtverec s odkazem budoucím generacím. Zkuste doplnit chybějící čísla. (Čísla od 1 do 16 se nemohou opakovat.)

	3		13
5		11	
	6		
4			1

Nápovědu hledejte na předchozích stránkách nebo v řešení na konci.

Hledáme čísla do čtverce

Doplňte chybějící čísla do čtverců tak, aby byly magické.

	11	14	4
10			15
3	13	12	
	2		9

Další příklady na doplňování magických čtverců.

4		6	
5			10
11	2		8
		12	1

5			
11	8		
			7
	15		9

4			
14	1		
			2
	10		16

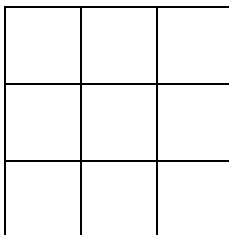
Magický součet 111

Zjistěte, kolik různých trojic z uvedených čísel může tvořit řádek nebo sloupec magického čtverce se součtem 111.

1, 7, 13, 31, 37, 43, 61, 67, 73

Výpočty:

Uspořádejte čísla do čtverce tak, aby součty ve všech řádcích i sloupcích byly rovny číslu 111.



Magický čtverec trošku jinak

Ukažte, že

- a) přičtením stejného přirozeného čísla k , ke každému číslu magického čtverce;
- b) vynásobením každého čísla stejným přirozeným číslem m

dostaneme opět magický čtverec.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Magický součet čtverce označte s . Zapište výrazem, jak se změní tento součet při úpravě podle zadání a) i b).

Magický čtverec s proměnnými

Tři hledaná čísla jsme označili proměnnými x , y , z . Pomocí proměnných запиšte vztahy ve čtverci, tak aby byl magický, a sestavte pro každý sloupec, každý řádek a obě úhlopříčky rovnice.

1			4
	x	6	
	11	y	5
13		3	z

Perlička na závěr

V magických čtvercích se čísla neopakují. V následujícím čtverci se sice čísla opakují, ale až na jednu úhlopříčku dávají všemi směry součet 6. Přemístěte čísla tak, aby byl součet 6 úplně ve všech směrech.

1	2	3
2	3	1
3	1	2

Nápověda, řešení

Řešení – záhada středověkého čtverce

Například:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Řešení – nové čtverce

Například (nejsou všechny možnosti):

8	3	4
1	5	9
6	7	2

4	3	8
9	5	1
2	7	6

6	1	8
7	5	3
2	9	4

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Řešení – čtverec Lu Šu

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Řešení – magické číslo 45

12	9	24
27	15	3
6	21	18

Řešení – hledáme čísla do čtverce

72	147	42
57	87	117
132	27	102

11	6	7
4	8	12
9	10	5

16	6	8
2	10	18
12	14	4

41	36	37
34	38	42
39	40	35

Řešení – Franklinův čtverec

Nápis složený z písmen ve druhém čtverci podle čísel z prvního čtverce.

„Stejný součet ve všech kvadrantech i ve čtyřech středových polích magický.“

Řešení – Dürerův čtverec

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Řešení – hledáme čísla do čtverce

5	11	14	4
10	8	1	15
3	13	12	6
16	2	7	9

4	9	6	15
5	16	3	10
11	2	13	8
14	7	12	1

Magické čtverce

5	10	3	16
11	8	13	2
14	1	12	7
4	15	6	9

4	15	6	9
14	1	12	7
11	8	13	2
5	10	3	16

Řešení – magický součet 111

	první	druhé	třetí	součet
1	37	73	111	
1	43	67	111	
7	31	73	111	
7	37	67	111	
7	43	61	111	
13	31	67	111	
13	37	61	111	
31	37	43	111	

Číslo, které se vyskytuje 4-krát, musí být uprostřed čtverce, aby bylo využito ve sloupci, řádce i obou úhlopříčkách. Čísla s trojím opakováním umístíme vhodně na úhlopříčkách. Rozmístit zbývající čísla už by neměl být problém.

Například:

43	61	7
1	37	73
67	13	31

Řešení – magický čtverec trošku jinak

- a) součet: $s + 3k$
- b) součin: $s \times m$

Řešení – magický čtverec s proměnnými

1	A	B	4
C	x	6	D
E	11	y	5
13	F	3	z

Volná políčka označíme velkými písmeny A, B, C, D, E, F.

Sepíšeme všechny součty. Je jich celkem deset.

$$1 + A + B + 4 = 34$$

$$C + x + 6 + D = 34$$

$$E + 11 + y + 5 = 34$$

$$13 + F + 3 + z = 34$$

$$1 + C + E + 13 = 34$$

$$A + x + 11 + F = 34$$

$$B + 6 + y + 3 = 34$$

$$4 + D + 5 + z = 34$$

$$1 + x + y + z = 34$$

$$13 + 11 + 6 + 4 = 34$$

Upravíme a co nejvíce zjednodušíme dané rovnice. Zatím máme devět rovnic a devět neznámých.

$$A + B = 29$$

$$C + x + D = 28$$

$$E + y = 18$$

$$F + z = 18$$

$$C + E = 20$$

$$A + x + F = 23$$

$$B + y = 25$$

$$D + z = 25$$

$$x + y + z = 33$$

Velká písmena si nahradíme malými a snažíme se počet neznámých zmenšit.

$$E = 18 - y$$

$$F = 18 - z$$

$$B = 25 - y$$

$$D = 25 - z$$

Vezmeme dvě rovnice se stejnou neznámou a jednu vynásobíme (-1).

$$-A - B = -29$$

$$A + F + x = 23$$

Sečteme $F - B + x = -6$

Dosadíme $(18 - z) - (25 - y) + x = -6$

Magické čtverce

Zjednodušíme $-z + y + x = 1$

Podobně další dvě rovnice:

$$-C - E = -20$$

$$C + D + x = 28$$

Sečteme $D - E + x = 8$

Dosadíme $(25 - z) - (18 - y) + x = 8$

Zjednodušíme $-z + y + x = 1$

Stejná rovnice jako u předchozího součtu. Nebudeme mít jednoznačné řešení, protože nám ubyla jedna rovnice.

$$x + y - z = 1$$

$$x + y + z = 33$$

Po sečtení s poslední rovnicí dostáváme:

$$2x + 2y = 34$$

$$x + y = 17$$

Vyjádríme si jednu neznámou pomocí druhé:

$$x = 17 - y$$

No a teď už se můžeme vrátit zpět k dopočítání ostatních neznámých.

Volba například:

$$y = 10$$

$$x = 7$$

$$z = 16 = 33 - 10 - 7$$

$$E = 8$$

$$F = 2$$

$$B = 15$$

$$D = 9$$

$$A = 14 = 29 - 15$$

$$C = 12 = 20 - 8$$

Výsledné řešení

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

Můžete zkusit i jiné volby hodnoty y .

Řešení – perlička na závěr

1	3	2
3	2	1
2	1	3

Poznámky:

